Lycée pilote 15 octobre BIZERTE	***Devoir de synthèse N°1*** ***Mathématiques***	**Classes :2S$_{5+6}$** **Durée :2h** *Décembre 2013* Profs : Mme F.BAYOUDH et Mme H. GALAÏ

NB : *La rédaction et le soin de la copie seront pris en compte ainsi que toute tentative de recherche même non aboutie. Merci. . .*

- **Exercice 1 :** (4 points)

On propose le tableau de signes suivant du trinôme

$$T(x) = ax^2 + bx + c \qquad (a \neq 0)$$

x	$-\infty$		-1		4		$+\infty$
T(x)		$-$	0	$+$	0	$-$	

1/Répondre par **VRAI ou FAUX** *en justifiant bien sûr !!!*

a) c<0.

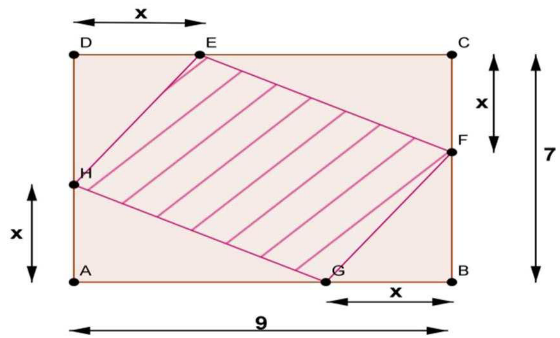
b) $T\left(-\frac{x^2+2014}{2014}\right) > T\left(-\frac{2013}{x^2+2013}\right)$ *pour tout réel x non nul*

c) Si α est une racine de l'inéquation $ax^4 + bx^2 + c > 0$ alors $\alpha \in]-2;2[$.

2/ Déterminer l'expression de T(x) sachant que T(3)=2.

- **Exercice 2 :** (8 points) *Les questions I et II sont indépendantes.*

I/Soit ABCD un rectangle tel que AB=9 et AD=7.
Soient les points E,F,G et H tels que AH=DE=CF=BG=x



1/Montrer que l'aire du parallélogramme EFGH est

$$A(x) = 2x^2 - 16x + 63.$$

2/Déterminer les réels α *et* β tels que $A(x) = 2(x+\alpha)^2 + \beta$.
3/Déduire la valeur de x pour laquelle A(x) est minimale.

II/Soit le polynôme $P(x) = x^4 - x^3 - 8x^2 + 2x + 12$

1/a) Calculer *P(3) et P(-2).*
b) Factoriser alors le polynôme *P(x).*
c) Résoudre dans IR l'équation (E) : $\frac{1}{2}x^3 - 4x - 3 = \frac{3}{1-x}$.

2/ Soit la fonction f *définie par* $f(x) = \frac{P(x)}{x^3 - x^2 - 6x}$.

a) Déterminer l'ensemble de définition D_f de f.
b) Vérifier que $f(x) = \frac{x^2-2}{x}$. pour $x \in D_f$.
c) Etudier le signe de f(x).
d) Résoudre alors l'équation $|f(x)| + f(x) = 0$

- **Exercice 3 :** (8 points)

Soit ABC un triangle .

1) Soient I barycentre des points pondérés $(A, 2m^2-5) et\ (B, 3m)$.
et J barycentre des points pondérés $(A, m^2)\ et\ (C, -3m^2+4)$.
avec m un paramètre réel.
Déterminer la valeur de m pour que I soit le milieu de [AB] et
J soit le milieu de [AC].

2) On fixe dans la suite I=A*B et J=A*C
a/ Construire sur la figure ci-contre
le point D barycentre des points (A,3) et (B,-2).
b/Montrer que A est le barycentre des points B et D affectés de coefficients à déterminer.
c/ Montrer que $2\overrightarrow{JB} + 3\overrightarrow{JC} + \overrightarrow{JD} = \vec{0}$.
d/Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que

$$\|2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}\| = 3\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}\|$$

3) Soit G le point du plan tel que $3\overrightarrow{GA} - 2\overrightarrow{GB} + 5\overrightarrow{GC} = \vec{0}$.
a/Montrer que $G \in [DC]$.
b/ Montrer que G est le barycentre des points (J,5) et (I,-2).
c/Construire alors le point G.

4) Les droites (AG) et (BC) se coupent en E.
a/Montrer que G est le milieu de [AE].
b/En déduire que E est le barycentre des points B et C affectés de coefficients à déterminer .
c/Construire sur la figure ci-contre à l'aide d'une couleur de votre choix l'ensemble des points M du plan tels que :

$$\|\overrightarrow{ME} - \overrightarrow{MC}\| \leq \frac{1}{3}\|-2\overrightarrow{MB} + 5\overrightarrow{MC}\| \leq \|2\overrightarrow{MG} - \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MJ}\|$$